

УДК 164+510.2:510.6=161.2

SOLVING PROBLEM WITH PARAMETERS AS AN EFFECTIVE WAY TO DEVELOP STUDENTS' LOGICAL THINKING

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАВДАНЬ З ПАРАМЕТРАМИ, ЯК ЕФЕКТИВНИЙ СПОСІБ РОЗВИТКУ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ

Борис Беседін

кандидат педагогічних наук, доцент
E-mail: besedin_boris@ukr.net
ORCID 0000-0003-2157-5252
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», Україна

Boris Besedin

Ph.D. in Pedagogy, Associate Professor
E-mail: besedin_boris@ukr.net
ORCID 0000-0003-2157-5252
SHEI "Donbas State Pedagogical University", Ukraine

Флора Ібрагімова

здобувач 2 (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 01404 Середня освіта (Математика)
E-mail: ibragimovaflora96@gmail.com
ORCID 0000-0001-7153-2352
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», Україна

Flora Ibrahimova

applicant 2 (master's) level of higher education specialty 01404 Second education (Mathematics)
E-mail: ibragimovaflora96@gmail.com
ORCID 0000-0001-7153-2352
SHEI "Donbas State Pedagogical University", Ukraine

ABSTRACT

The article deals with the development of logical thinking using problems with parameters. The author analyzes the psychological and pedagogical literature and considers the components of logical thinking and ways to develop a certain component on the example of problems with parameters.

The system of general education is aimed at educating a developed personality who is able to think creatively, is capable of self-education, and quickly adapts to change. But there is no clear guidance for implementing the State Standards and developing logical thinking. Therefore, we are considering this problem and formulating certain examples for improving and implementing non-standard tasks, namely tasks with parameters.

Logical thinking is a thought process in which a person uses logical concepts and constructions, which is characterized by evidence, reasoning, and the purpose of which is to draw a reasonable conclusion from the available prerequisites. First of all, it is the ability to think clearly and consistently, avoiding contradictions in reasoning, and the ability to find logical errors. This approach is extremely useful in any sphere of life.

Logical thinking is developed in students, first of all, when considering various mathematical conclusions: inductive and deductive, in the course of theorem proofs, justifications, problem solving, analogy and analysis, comparison. The development of students' logical thinking skills is faster if the learning is organized in a certain way.

In turn, non-standard tasks, such as tasks with the parameter. We will formulate the requirements for mathematical tasks based on the components of logical thinking: analysis and synthesis, induction and deduction, analogy and comparison, generalization, abstraction, and specification. It is on the basis of these components that we have developed certain examples of tasks with parameters for the versatile and complete development of logical thinking.

Key words: thinking, logic, logical thinking, tasks with parameters.

Актуальність теми. Актуальність основної проблематики цієї статті полягає в тому, що особливості стадії розвитку, на якій наразі перебуває українське і світове суспільство, вимагають від системи середньої загальної освіти не тільки озброювати представників підростаючого покоління необхідною сумою знань, а й виховувати особистість, яка вміє швидко адаптуватися до соціально-економічних та культурних умов, що динамічно змінюються. Така особистість має характеризуватися розвиненим логічним мисленням, умінням орієнтуватися в інформаційному просторі та постійним прагненням до самовдосконалення. Формуванню відповідних якостей у школярів з великою ймовірністю може посприяти широке використання в курсі математики задач з параметром. Наукова новизна статті визначається тим, що в ній розглядається значущість застосування нестандартних завдань для розвитку логічного мислення. Теоретична значущість статті позначена її внеском у розробку методології розвитку логічного мислення у школярів. Практична значущість представлена можливістю використання результатів проведеного дослідження з метою вдосконалення викладання математики в школі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням розвитку логічного мислення займалися в різні часи розглядалася різними вітчизняних та зарубіжних учених: П.Я. Гальперін, В.В. Давидов, Д. Дьюї, А.Н. Леонтьєв, В.К. Ягодовська, А.С. Пчелко, Л. Микольська, Ж. Піаже, С.А. Рубінштейн, А.А. Столяр, Д.Б. Ельконін, Ю.И. Шрайнер, Т.З. Верінг., Л.С. Виготський, И.Я. Лернер, Н.А. Менчинська, Д.Н. Серєда, М.Н. Скоткін та ін.. Вони теоретично і експериментально довели, що і сьогодні школа ще не досить забезпечує випускникам необхідний рівень розвитку розумової діяльності. Сучасна психологічна наука розуміє мислення як вищий пізнавальний процес. В нових Державних освітніх стандартах загальної освіти другого покоління прописано, що головною метою освітнього процесу є формування універсальних учбових дій, таких як: особистісні, регулятивні, пізнавальні, комунікативні. У відповідності стандартам другого покоління пізнавальні універсальні дії включають: загально-навчальні, логічні, а також постановку і вирішення проблеми. Але немає чіткого керівництва впровадження цих стандартів, тому не всі вчителі розуміють що і як використовувати для досягнення цієї мети.

Формування цілей (мета) статті, постановка завдання. Метою дослідження є вплив розв'язування задач з параметром на процес розвитку логічного мислення школярів в процесі вивчення математики. З метою пов'язані такі завдання статті: розглянути поняття «логічне мислення»; проаналізувати важливість розвинення логічного мислення у школярів; продемонструвати способи розвинення логічного мислення з різних сторін; продемонструвати роль нестандартних задач на етапі шкільної освіти; проаналізувати значення завдань із параметром для формування логічного мислення; проаналізувати приклади застосування завдань з параметрами, для розвинення окремих складових логічного мислення.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Розвиток логічного мислення школярів у процесі навчання математики є предметом особливої турботи вчителів і методистів. Основні завдання логічного розвитку дітей полягають у такому:

– виховати вміння самостійно застосовувати доступні способи пізнання (порівняння, вимірювання, класифікацію тощо) з метою опанування залежностей між предметами, числами;

- будувати прості висловлювання про сутність виконаної дії;
- знаходити потрібний спосіб виконання завдання, який веде до результату найраціональнішим способом;
- активно долучатися до колективної гри, пропонувати нестандартні способи розв'язування ігрових завдань;
- вільно розмовляти з дорослими з приводу ігор, творчих завдань і способів їх розв'язування.

У всіх шкільних програмах з математики, як одна з цілей навчання предмету зазначена - розвиток логічного мислення. Тому перш за все необхідно визначити: що таке логічне мислення? складові логічного мислення; шляхи та математичні засоби формування логічного мислення у школярів.

Що ж таке логічне мислення? Щоб більше детально розглянути це поняття потрібно його розбити на дві частини: мислення та логіку. Відображаючи дійсність на чуттєвому рівні за участю аналізаторів, людина одержує різнобічну інформацію про зовнішні властивості та ознаки предметів, які фіксуються в її свідомості у формі звукових, просторових, часових, смакових, дотикових та інших уявлень. Проте такої інформації про навколишній світ людині не достатньо для задоволення різноманітних потреб практичної діяльності, яка потребує практичного і всебічного знання об'єктів, з якими доводиться мати справу. Вичерпні знання про об'єкти дійсності, їх внутрішню, безпосередньо не дану у відчуттях і сприйманнях сутність людина одержує за допомогою мислення – вищої абстрактної форми пізнання об'єктивної реальності. **Мислення** – це передусім психічний процес самостійного пошуку й відкриття суттєво нового, тобто процес опосередкування та узагальнення відображення дійсності під час її аналізу й синтезу, що виникає на основі практичної діяльності й досвіду. Логіка в перекладі з грецької має декілька значень: «наука про правильне мислення», «мистецтво міркування», «мовлення», «міркування» або навіть «думка».

Логіка – універсальний інструмент, який дає розуміння того, як саме мислити та які прийоми застосовувати, аби дійти потрібних висновків. Логіка вивчає способи досягнення істини в процесі пізнання опосередкованим шляхом через знання, отриманих раніше, тому її можна визначити, як науку о способах отримання вихідного значення. Одна із задач логіки- визначити, як прийти до висновка маючи наявні передумови і отримати істинні знання о предметі роздумів. На основі цього ми можемо дати визначення саме логічному мисленню.

Логічне мислення – це мисленнєвий процес, під час якого людина використовує логічні поняття та конструкції, якому притаманна доказовість, розважливність, і метою якого є одержання обґрунтованого висновку з наявних передумов. Перш за все, це здатність мислити чітко та послідовно, не допускаючи протиріч у міркуваннях, і вміння знаходити логічні помилки. Такий підхід є надзвичайно корисним у будь-якій сфері життя. Логічне мислення- це вирішення задач, які з самого початку і до кінця здійснювались завдяки поняттям, міркуванням і висновкам. Навчившись логічно мислити, учні зможуть:

- грамотно та чітко формулювати власні думки;
- знаходити та висловлювати аргументи на підтримку своєї позиції;
- знаходити прості та безпечні виходи з будь-яких проблемних ситуацій;
- мінімізувати вірогідність помилок як у навчанні, так і у житті в цілому.

Складові логічного мислення.

Уміння логічно мислити об'єднує в собі безліч навичок з використання різних розумових дій і включає в себе:

- Знання теоретичних основ логіки.
- Уміння правильно здійснювати такі мисленнєві операції, як: класифікація, конкретизація, узагальнення, порівняння, аналогія, аналіз та синтез, доведення, заперечення, встановлення причинно-наслідкових зв'язків та інші.
- Впевнене використання ключових форм мислення: поняття, судження, умовивід.
- Здатність аргументувати свої думки відповідно до законів логіки.
- Навички швидко та ефективно розв'язувати складні логічні задачі (як навчальні, так і прикладні).

Під логічним мисленням будемо розуміти мислення, яке передбачає наявність таких специфічних умінь: уміння підкорятися законам логіки, організувати свої дії відповідно до цих законів; уміння виконувати логічні операції, усвідомлено їх аргументувати, будувати гіпотези, обґрунтовувати й спростовувати їх; уміння виокремлювати суттєві або несуттєві ознаки математичних об'єктів і понять. Під формуванням логічного мислення розумітимемо процес оволодіння виокремленими вміннями.

Розглянемо складові логічного мислення саме в математичній сфері:

1) *Аналіз і синтез*. Аналіз застосовується під час доведення теорем і під час розв'язання різного виду задач. Під час доведення теорем аналіз полягає в тому, що міркування ведуться шляхом від шуканого до даних. Під час розв'язування задач аналіз полягає в такому: виходячи з припущення, що шукана фігура побудована або шукане значення величини існує, розшукують ті співвідношення, які впливають із цього допущення, потім ті співвідношення, які впливають із цих наслідків, і так продовжують доти, доки не доходять до висновку, який може слугувати вихідним співвідношенням. Синтез же в цьому випадку полягає в розв'язанні задачі шляхом об'єднання простих задач в одну складну і містить у собі доказ того факту, що знайдені за допомогою аналізу та використані під час побудови необхідні умови існування шуканої фігури є одночас і достатніми. Матеріал даної теми надзвичайно зручний для вправ із логічними умовиводами за аналогією. Навчаючи учнів правильно користуватися таким евристичним методом, як аналогія, знаходити й виправляти помилки в одних моментах і доводити інші, підкреслюючи істинні аналогії та руйнуючи хибні, можна розвивати елементи логічного мислення.

2) *Індукція і дедукція*. Такий умовивід, за допомогою якого з одиничних або частинних посилок робиться загальний висновок, у курсі логіки називається індукцією. У той час як індуктивний метод характеризується переходом від розглянутих окремих фактів до узагальнень, дедуктивний метод доказу полягає в тому, що, виходячи з попередніх теорем, виводять необхідні наслідки, що впливають із них, - нові теореми - без попереднього розгляду частинних випадків.

3) *Аналогія і порівняння*. За допомогою порівняння виявляється схожість і відмінність порівнюваних предметів, тобто наявність у них спільних і не спільних (різних) властивостей. Висновки за аналогією - це висновки за подібністю.

4) *Узагальнення, абстрагування та конкретизація*. Узагальнення – це уявне виокремлення, фіксування якихось загальних істотних властивостей, що належать тільки даному класу об'єктів або відносин. Абстрагування - це уявне відволікання

загальних істотних властивостей, виділених у результаті узагальнення, від інших несуттєвих для нашого вивчення властивостей розглянутих об'єктів або відносин і відкидання (у рамках нашого вивчення) цих несуттєвих властивостей.

Шляхи та математичні засоби формування логічного мислення у школярів.

Розвитку мислення в середньому шкільному віці належить особлива роль. З початком навчання, мислення висувається в центр психічного розвитку дитини і стає визначним в системі інших психічних функцій, які під його впливом інтелектуалізуються і набувають довільного характеру. Для вчителя важливо не тільки навчати дітей вирішувати задачі за зразком, а й сприяти розвитку розумової діяльності. У системі роботи вчителя з розвитку логічного мислення учнів можливо виділити такі рівні

Перший рівень (нижчий). Відсутність спеціально організованої вчителем роботи з розвитку логічного мислення. Організаційним чинником, що спрямовує в цьому випадку процес розвитку, є засвоюваний зміст предмета.

Другий рівень (середній). Організація діяльності учнів щодо усвідомлення логічної складової досліджуваного змісту за допомогою спеціально підібраних завдань.

Третій рівень (вищий). Організація спеціального навчання учнів засвоєння прийомів логічного мислення: доведення математичних тверджень методом від протилежного, виокремлення основних кроків математичного доказу, їхнє теоретичне обґрунтування; підведення під визначуване математичне поняття, формулювання різних визначень математичного поняття.

Кожен з вчителів повинен досягати вищого рівня, основними результатами такого підходу є: розвиток самостійності; розуміння помилок і причин їх виникнення в процесі розв'язання прикладів і завдань; усвідомлення джерел, які потрібні для виконання завдань; вдосконалення творчих і логічних операцій; підвищення швидкості виконання завдань; розвитку в учнів гнучкості мислення та навичок селф-менеджменту. Залежно від віку учнів педагог підбирає відповідні інструменти. Значною мірою сприятиме впровадження в шкільну практику нестандартних завдань, у тому числі на уроках математики. Своєю чергою, певною ефективністю в плані розвитку відповідних навичок учнів є нестандартні завдання. Основним засобом формування логічного мислення, на наш погляд, виступають такі системи задач, як завдання з параметром. Вимоги до математичних завдань сформулюємо на основі складових логічного мислення: аналіз і синтез, індукція і дедукція, аналогія і порівняння, узагальнення, абстрагування та конкретизацію.

Нами розроблено методику формування логічного мислення на прикладі, застосування задач з параметром. Це є одним з ефективних способів розвитку логічного мислення учнів. Найбільш важкою і важливою частиною розв'язування таких задач є дослідження процесу залежно від параметра. Задачі з параметрами включені до змісту ЗНО з математики і часто виявляються не до снаги учням, оскільки більшість учнів не мають навичок у розв'язуванні таких задач. Для їхнього успішного розв'язання необхідне насамперед уміння проводити логічні побудови та дослідження.

Розглянемо приклади формування окремих складових логічного мислення, за допомогою задач з параметрами. Розвиненню вмінь використання *аналізу і синтезу* сприяють наступні задачі :

При яких значеннях параметра a рівняння має чотири корені

$$9^{x+\sqrt{4x^2-12|x|+9}} - (a-9)3^{x+\sqrt{4x^2-12|x|+9}} - 9a = 0.$$

При якому значенні параметра a корінь рівняння належить проміжку $(\frac{3}{2}; 2)$.

$$\lg(\sin 5\pi x) = \sqrt{16 + a - x}.$$

Під час цих задач аналізують умову, залежності, кількість коренів від значенню параметру,

Для розвинення таких складових, як *індукція і дедукція* можуть виступати такі завдання:

Знайдіть найменше значення параметра a , при якому рівняння має додатній корінь

$$2^{\sin^2(2\pi x + \frac{5\pi}{4})} = \frac{4}{(x - a)^2 - 6(x - a) + 13}.$$

Під час розв'язання цієї задачі учні використовують загальне положення

Якщо $f(x) \geq A, g(x) \leq A$, то рівняння $f(x) = g(x)$, рівносильно системі рівнянь $\begin{cases} f(x) = A; \\ g(x) = A. \end{cases}$ Застосування цього положення використовують учні при розв'язанні даної задачі.

Розвитку таких складових, як аналогія і порівняння сприяє виконання наступного завдання:

Знайдіть найбільше значення параметра a , при якому система має безліч розв'язків, і при якому значенні параметра a система немає розв'язків

$$\begin{cases} (2a - 1) \sin x + \cos x = 2, \\ a \sin x + (2a - 1) \cos x = a + 1. \end{cases}$$

Під час розв'язання даної задачі учень проводить аналогію і використовує порівняння даної системи з системою лінійних рівнянь з двома змінними.

Щоб розвинути *узагальнення, абстрагування та конкретизацію* пропонуємо наступну задачу:

Дослідити та розв'язати рівняння з параметром.

$$a^2(x - 5) = 25(x - a)$$

Досліджуючи це рівняння учень розглядає поняття лінійного рівняння виду $ax = v$, аналізують як залежить множина розв'язків такого рівняння від значень параметра a і v , а також використовують отримані міркування для розв'язання даного рівняння.

Висновки та перспективи подальших розвідок у даному напрямку. У процесі проведення цього дослідження ми ще раз переконалися в тому, що одним із найефективніших засобів формування логічного мислення є система спеціально підібраних математичних задач. У процесі навчання необхідно так організувати навчальну діяльність школярів, щоб вони самі "відкрили" спосіб розв'язання задачі. При цьому потрібно розглядати з учнями всі запропоновані ними способи розв'язання задач, акцентувати увагу на найбільш раціональних. Необхідно складати з учнями план розв'язування задачі, щоб діти вчилися планувати свої дії перед тим, як будуть їх виконувати. При цьому важливо, щоб виконання складеної системи дій приводило до досягнення наміченої мети. На уроках потрібно намагатися вчити дітей зіставляти різні судження, властивості, встановлювати загальні закономірності та знаходити відмінні риси.

ДЖЕРЕЛА І ЛІТЕРАТУРА

Андреева В.М. (2009). Настільна книга педагога. Харків: Вид. група «Основа», С. 352.

Барташнікова І. А., Барташніков О. О. (1998). Розвиток уяви та творчих здібностей у дітей. Тернопіль: Вид. група «Богдан», С. 132.

Демиденко В.К. (1978). Виховання інтересу в учнів до навчання. Київ: Вид. група «Знання», С. 79.

Максименко С.Д., Соловієнко В.О. (2000). Загальна психологія: Навчальний посібник. Київ: МАУП, С. 98.

Наволокова Н.П. (2009). Енциклопедія педагогічних технологій та інновацій. Харків: Вид. група «Основа», С. 176.

Державний стандарт базової середньої освіти: Наказ Міністерства освіти № 898 від 30 вересня 2020р. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrayinska-shkola/derzhavnij-standart-bazovoyi-serednoyi-osviti>.

REFERENCES

Andreeva V.M. (2009). *Nastil`na knyga pedagoga [A teacher's handbook]*. Kharkiv: "Osnova" [in Ukrainian].

Bartashnikova I.A., Bartashnikov O.O. (1998). *Rozvytok uyavy ta tvorchikh thdibnostey u ditey [Development of imagination and creative abilities in children]*. Ternopil: "Bogdan" [in Ukrainian].

Demydenko V. K. (1978). *Vykhovannya interesu v uchniv do navchannya [Fostering interest in pupils to study]*. Kyiv: "Znannya" [in Ukrainian].

Maksymenko S.D., Solovienko V. O. (2000). *Zagal`na psykholohiya [General psychology]: Navchal`nyy posibny- Kyiv: MAUP [in Ukrainian]*.

Navolokova N.P. (2009). *Encyclopedia pedagogichnykh tekhnologiy ta innovatsiy [Encyclopedia of pedagogical technologies and innovations]*. Kharkiv: "Osnova" [in Ukrainian].

Dergavnyy standart bazovoy seredn`oy osvity: Nakaz Ministerstva osvity № 898 vid 30.09.2020 r. [State standard of basic secondary education: Order of the Ministry of Education №898 30.09.2020.]. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrayinska-shkola/derzhavnij-standart-bazovoyi-serednoyi-osviti>

АНОТАЦІЯ

В статті висвітлено тему розвитку логічного мислення за допомогою задач з параметрами. Проведено аналіз психолого-педагогічної літератури та розглянуто складові логічного мислення та шляхи розвитку певної складової на прикладі задач з параметрами.

Система загальної освіти спрямована на виховання розвиненої особистості яка вмiє творчо мислити, здатна до самоосвіти, швидко адаптується до змін. Але немає чіткого керівництва, для реалізації Державних стандартів та розвинення логічного мислення. Тож, ми розглядаємо цю проблему та формуємо певні приклади для вдосконалення та впровадження нестандартних задач, а саме задач з параметрами.

Логічне мислення – це мисленнєвий процес, під час якого людина використовує логічні поняття та конструкції, якому притаманна доказовість, розважливість, і метою якого є одержання обґрунтованого висновку з наявних передумов. Перш за все, це здатність мислити чітко та послідовно, не допускаючи протиріч у міркуваннях, і вміння знаходити логічні помилки. Такий підхід є надзвичайно корисним у будь-якій сфері життя.

Логічне мислення розвивається в учнів, насамперед, під час розгляду різних

математичних висновків: індуктивних і дедуктивних, у ході доказів теорем, обґрунтувань, розв'язання задач, аналогії та аналізу, порівняння. Вироблення вмінь учнів логічно мислити протікає швидше, якщо навчання організовано певним чином.

Своєю чергою, певною ефективністю в плані розвитку відповідних навичок логічно мислити є нестандартні завдання, такі як завдання з параметром. Вимоги до математичних завдань сформулюємо на основі складових логічного мислення: аналіз і синтез, індукція і дедукція, аналогія і порівняння, узагальнення, абстрагування та конкретизацію. Саме на основі цих складових ми розробили певні приклади завдань з параметрами, для різностороннього і повного розвинення логічного мислення.

Ключові слова: мислення, логіка, логічне мислення, задачі з параметрами.

УДК 373.5.016:51:004

AUGMENTED REALITY AS A MEANS OF ACTIVATING COGNITIVE ACTIVITIES IN MATHEMATICS LESSONS

ДОПОВНЕНА РЕАЛЬНІСТЬ ЯК ЗАСІБ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Борис Беседін

кандидат педагогічних наук, доцент
E-mail: besedin_boris@ukr.net
ORCID 0000-0003-2157-5252
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», Україна

Boris Besedin

Ph.D. in Pedagogy, Associate Professor
E-mail: besedin_boris@ukr.net
ORCID 0000-0003-2157-5252
SHEI “Donbas State Pedagogical University”, Ukraine

Єлизавета Одінцова

здобувач 1 (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності Середня освіта (Математика)
E-mail: lizavan2002@gmail.com
ORCID 0000-0003-2500-5994
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», Україна

Elizaveta Odintsova

applicant 1 (baccalaureate) level graduate higher education specialty secondary education (Mathematics)
E-mail: lizavan2002@gmail.com
ORCID 0000-0003-2500-5994
SHEI “Donbas State Pedagogical University”, Ukraine

Єгор Сипчук

здобувач 2 курсу третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти освітньої програми «Освітні, педагогічні науки»
E-mail: egor_sypchuk@ukr.net
ORCID 0000-0003-0913-0461
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», Україна

Yehor Sypchuk

getter of the 2st year of the third (educational and scientific) level of higher education of the educational program “Educational and Pedagogical Sciences”
E-mail: egor_sypchuk@ukr.net
ORCID 0000-0003-0913-0461
SHEI “Donbas State Pedagogical University”, Ukraine